Sztywność przestrzeni Kircha

Sławomir Turek

Przestrzenią Golomba nazywamy zbiór liczb naturalnych $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ wraz z topologią (nazywaną *topologią Golomba*), której bazą jest rodzina wszystkich ciągów arytmetycznych postaci

$$a + b\mathbb{N}_0 := \{a + bn\colon n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\},$$

gdzie $\mathrm{nwd}(a, b) = 1$. Przestrzeń Golomba jest bodaj najprostszym przykładem przestrzeni przeliczalnej spójnej i Hausdorffa. W pracy [1] pokazano, że przestrzeń ta nie jest topologicznie jednorodna i postawiono pytanie o istnienie nietrywialnego homeomorfizmu tej przestrzeni. Odpowiedź na to pytanie zawiera praca [2], w której wykazano, że każdy homeomorfizm zbioru liczb naturalnych z topologią Golomba jest identycznością – tj. przestrzeń Golomba jest sztywna.

Topologia Golomba nie jest lokalnie spójna. Uboższą topologią na zbiorze $\mathbb{N}$, która okazuje się być już lokalnie spójna, pozostając spójną i Hausdorffa, jest *topologia Kircha*, tj. topologia której bazą jest rodzina wszystkich ciągów arytmetycznych postaci $a + b\mathbb{N}_0$, gdzie gdzie $a, b \in \mathbb{N}$, $\mathrm{nwd}(a, b) = 1$ i b jest liczbą bezkwadratową (tj. b nie jest podzielna przez kwadrat liczby pierwszej). Opowiemy, dlaczego *przestrzeń Kircha*, czyli zbiór $\mathbb{N}$ z topologią Kircha, podobnie jak przestrzeń Golomba, jest przestrzenią sztywną.

Literatura

[1] T. Banakh, J. Mioduszewski, S. Turek, *On continuous self-maps and homeomorphisms of the Golomb space*, Comment. Math. Univ. Carolin. 59:4 (2018), 423–442.

[2] T.Banakh, D. Spirito, S. Turek, *The Golomb space is topologically rigid*, (https://arxiv.org/abs/1912.01994) Comment. Math. Univ. Carolin. (2020).

[3] T. Banakh, Y. Stelmakh, S. Turek, *The Kirch space is topologically rigid* (https://arxiv.org/abs/2006.12357)

.